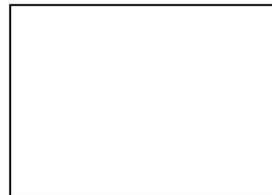


PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS  
**Estímulo del talento matemático**



**Prueba de selección**  
**3 de junio de 2014**

Nombre:.....  
Apellidos:.....  
Fecha de nacimiento:.....  
Teléfonos:.....  
**Centro de estudios:** .....**e-mail:** .....

**Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar**  
**DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA**

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos.

No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

**No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.**

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir. **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

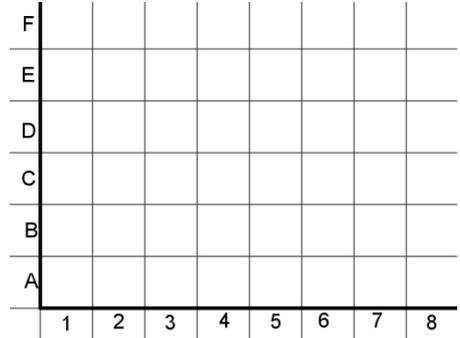
**Tienes una hora y media en total.**

**Te deseamos mucho éxito.**

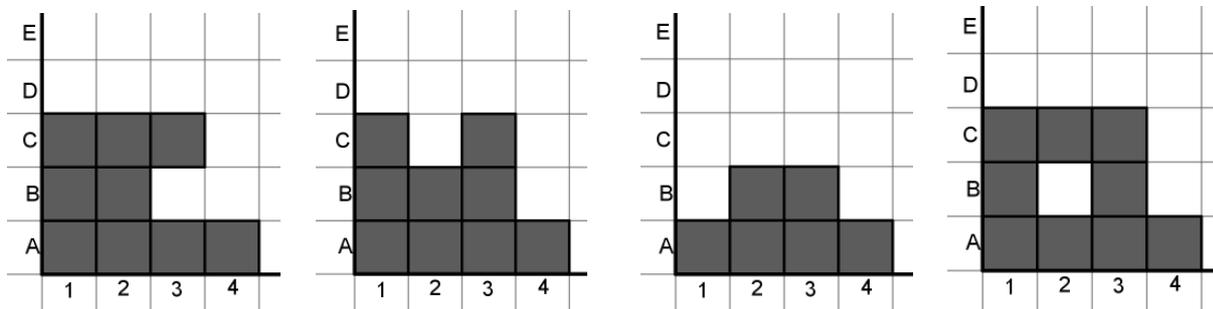
# 1. EL JUEGO DE LOS CUADRADOS

Enrique y Celia se entretienen coloreando cuadrados en una cuadrícula, como la que ves en la figura de manera que todas las figuras que se formen deben respetar las siguientes reglas:

1. Las filas de abajo no pueden ser más cortas que las que están encima de ellas.
2. Las columnas de la izquierda no pueden ser más bajas que las que están a su derecha.
3. Una nueva fila debe comenzar siempre en la casilla de la izquierda y una nueva columna en la casilla de más abajo. Además, no pueden quedar cuadraditos sin colorear entre cuadraditos coloreados.



Las siguientes figuras **no** son válidas pues incumplen alguna de las reglas:

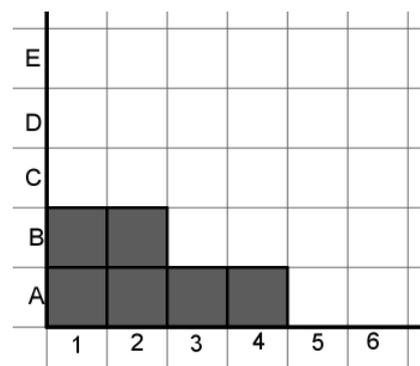


Cuando empiezan un juego, Celia debe colorear el cuadradito A1. A continuación Enrique puede colorear el A2 o el B1.

Ahora Celia puede colorear el cuadradito que quiera siempre que cumpla las reglas del juego. Después coloreará Enrique, etc...

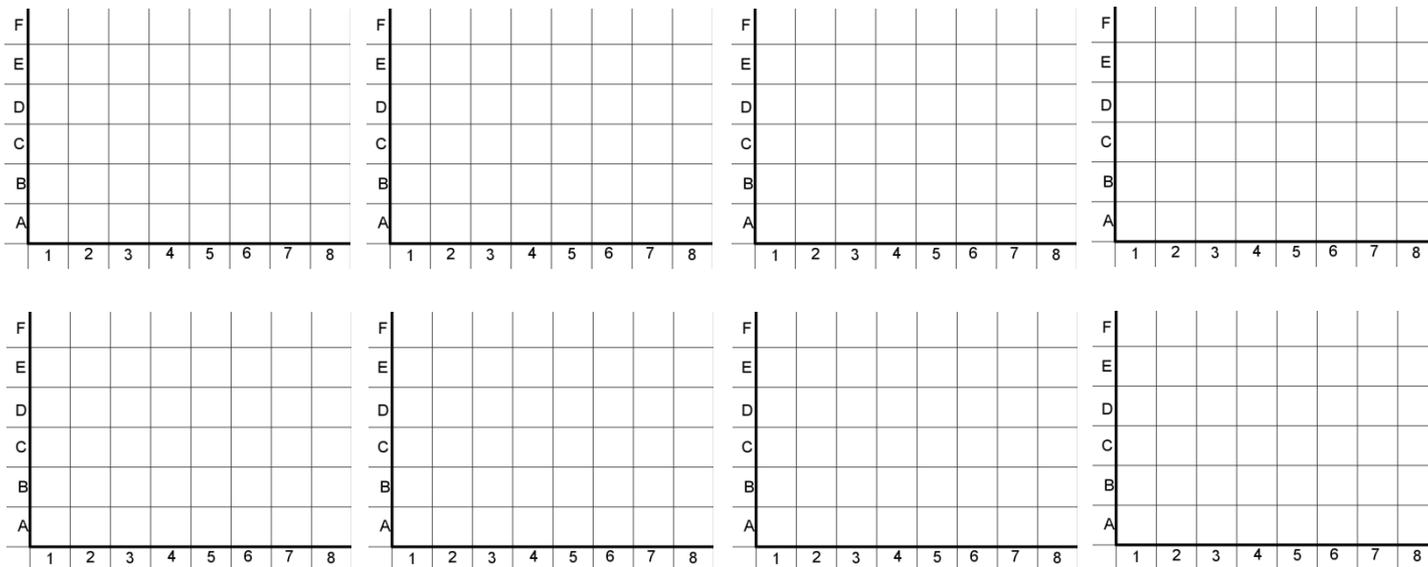
1. ¿Me puedes dibujar todas las figuras que están hechas con tres cuadraditos exactamente?

2. Observa la siguiente figura y, utilizando la información que te hemos dado, ¿qué figuras podemos obtener a partir de ella, que tengan un cuadradito más?



3. ¿Cuántas figuras hay formadas por cuatro cuadraditos? Explica razonadamente cómo lo obtienes.

4. ¿Sabes cuántas figuras están formadas por siete cuadraditos?



## 2. CRISS-CROSS

El juego de Criss-Cross se juega en una hoja de papel en blanco entre dos jugadores. El tablero se forma señalando tres puntos en los vértices de un triángulo equilátero, junto con uno o dos puntos adicionales en algún lugar de su interior. Se dibujan dos ejemplos en la figura de abajo. Los jugadores juegan por turno dibujando un segmento recto que una dos puntos, siempre que el segmento no pase por otros puntos ni cruce segmentos que estén en el tablero. El ganador es el último jugador que puede hacer un movimiento legal.

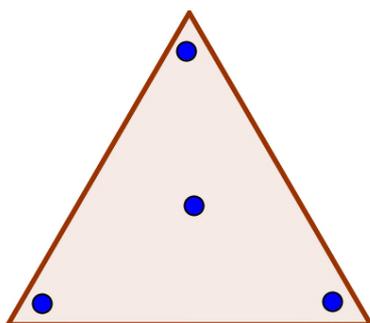


Figura 1

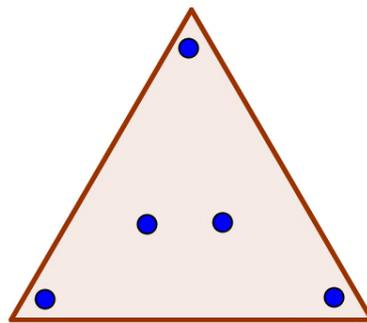


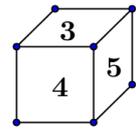
Figura 2

a) ¿Cuántos movimientos diferentes puede hacer el primer jugador en el tablero de la figura 1? ¿Ganará el primer o el segundo jugador? Explica tu respuesta.

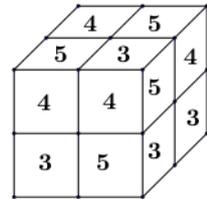
b) ¿Cuántos movimientos diferentes puede hacer el primer jugador en el tablero de la figura 2? ¿Ganará el primer o el segundo jugador? Explica tu respuesta.

### 3. CUBOS

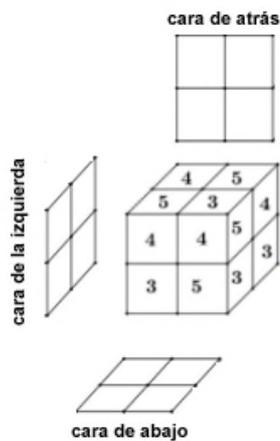
En un cubo ponemos en sus caras dos treses, dos cuatros y dos cincos, de modo que dos caras opuestas tienen el mismo número, por ejemplo el cubo de la figura de la derecha, en el que la cara opuesta al 3 tiene un 3, etc.



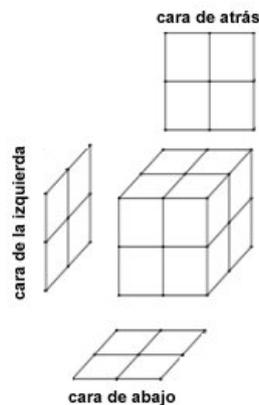
- a) Con 8 cubitos como este formamos un cubo más grande, por ejemplo este:



Indica una posibilidad para los números que aparecerían en las caras que no se ven.



- b) ¿Se pueden tener todas las caras con los 4 números iguales? Si no se puede, da una explicación y si se puede dibújala.



- c) Explica con detalle por qué no podríamos tener los números colocados como muestra la representación siguiente de un cubo construido con 8 cubos como los de este ejercicio

		3	5					
		4	3					
3	3	5	4	5	3	4	5	
4	5	3	3	4	3	5	4	
		4	5					
		5	4					

## 4. ETIQUETAS

A partir de unos números vamos a construir unas ETIQUETAS que las vamos a utilizar para codificar objetos de acuerdo con las siguientes reglas:

a) Una etiqueta puede no tener ningún número, por ejemplo: 

b) Si tiene dos o más números estos son distintos y están ordenados de manera creciente, así de las dos etiquetas de la derecha, la de arriba es válida y la de abajo no lo es.

**124**

**214**

c) Por razones de seguridad no hay ninguna etiqueta que tenga tres números consecutivos, es decir la etiqueta de la derecha no es válida.

**13458**

1. Consideramos el conjunto de números  $[1,2,3]$ , describe todas las etiquetas de estas características que se pueden formar.

2. Consideramos el conjunto de números  $[1,2,3,4]$ , describe todas las etiquetas de estas características se pueden formar.

3. Consideramos el conjunto de números  $[1,2,3,4,5]$ , describe todas las etiquetas de estas características se pueden formar.

## 5. MONEDAS

Alicia, Berta, Carlos, Daniel y Elena se reparten las monedas de una caja de acuerdo con las siguientes reglas:



Todos reciben al menos una moneda.

Alicia recibe menos monedas que Berta, Berta recibe menos que Carlos, Carlos recibe menos que Daniel y Daniel recibe menos que Elena.

Cada uno de ellos NO sabe cuántas monedas tienen los demás, sólo conoce las monedas que tiene y el número total de monedas que hay en la caja.

a) Si la caja tiene 15 monedas, ¿se puede deducir cuántas monedas ha recibido cada uno?

b) Si la caja tiene 17 monedas, ¿Daniel puede saber cuántas monedas tiene cada uno?