

PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
Estímulo del talento matemático

Prueba de selección
31 de mayo de 2008



Nombre:.....

Apellidos:.....

Fecha de nacimiento:.....

Teléfonos:.....

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos.

No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

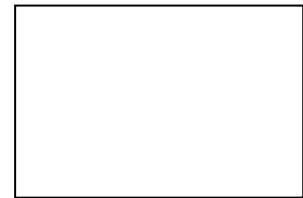
Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Además tenemos una curiosidad, ¿cómo te has enterado de esta convocatoria?

- A través de tu colegio.
- A través de otros medios.

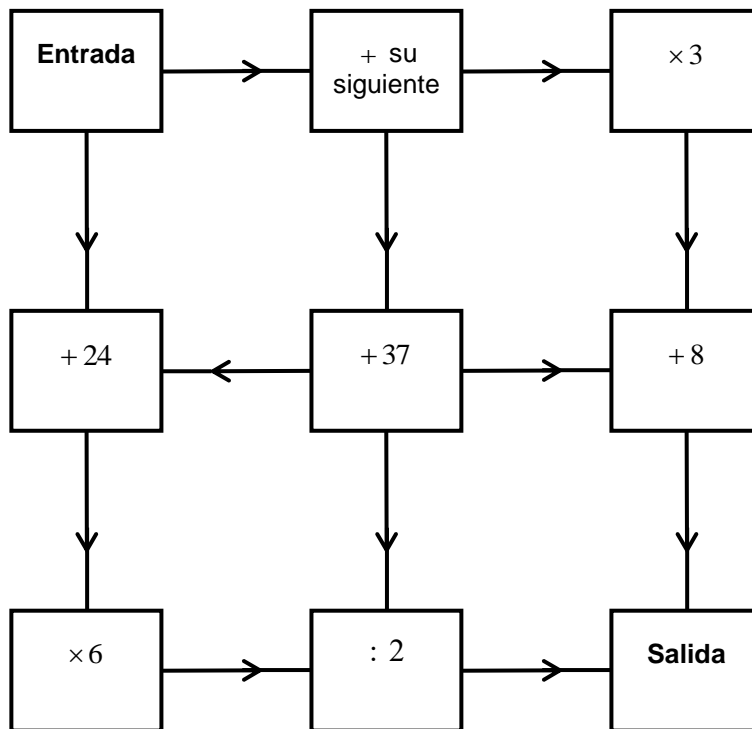
Tienes dos horas en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: utiliza un máximo de 30 minutos para cada ejercicio.

Te deseamos mucho éxito.



1. CIRCUITO

Este circuito solo reconoce **números positivos sin decimales 0, 1, 2, 3,.....** Cuando un número entra en este circuito se coloca en la casilla de **Entrada** y siguiendo las flechas va avanzando hasta llegar a la **Salida**. En cada casilla debe realizar la operación que se indica y continuar su recorrido.

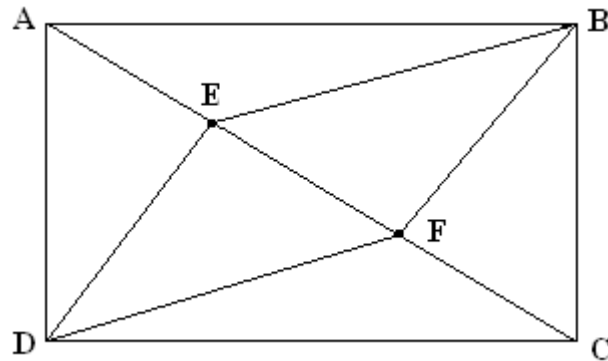


- a) Irene se dio un paseo por este circuito y salió convertida en el 17. ¿Qué itinerario siguió y qué número era al principio?
- b) Nuria y Olga entraron al circuito siendo el mismo número y decidieron no pasar por la casilla central. Cada una eligió un camino distinto. Si Olga salió convertida en el 83, ¿qué itinerario siguió Olga?, ¿qué itinerario siguió Nuria?, ¿qué número eran al principio?, ¿en qué número se convirtió Nuria?
- c) Explica por qué todo número que llegue a la casilla : 2 puede dividirse por dos siendo exacta la división.
- d) El miércoles observé a un número menor que 50 entrando en el circuito y salió transformado en el 396. ¿Qué camino siguió?
- e) ¿Es posible ir por los caminos del borde y llegar al mismo número? Contesta de manera razonada.



2. RECTÁNGULO

Sea el rectángulo ABCD de la figura. Dividimos la diagonal AC en tres segmentos iguales mediante los puntos E y F. Unimos los puntos E y F con B y con D.

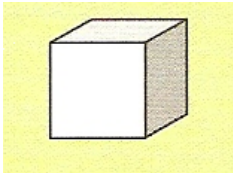


- Si hago el recorrido ABCFEDABCFEDA.... desplazándome por los segmentos trazados ¿en qué punto acabaré tras pasar por 2008 letras?
- ¿Se podrá hacer un recorrido que pase por todos los segmentos de esa figura una sola vez empezando desde A? ¿Y empezando desde B? Dibújalo si es posible y di que dificultad has encontrado si crees que no lo es.
- Si la base del rectángulo mide 12 m y la altura 9 m. ¿Cuál es el área del triángulo de vértices BEF?
- Dividimos la otra diagonal en tres segmentos iguales mediante los puntos G y H y se forma el cuadrilátero EGFH ¿Cuál es su área?

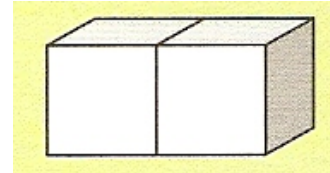


3. POLICUBOS

Un policubo es un sólido macizo que se obtiene al pegar por sus caras cubos unitarios. El orden de un policubo es el número de cubos necesarios para formarlo. A continuación se muestran todos los policubos de órdenes 1, 2 y 3.

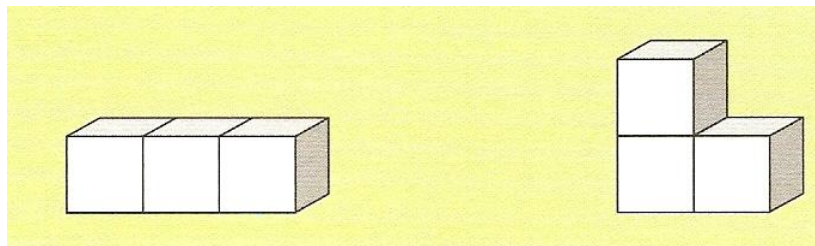


Orden 1



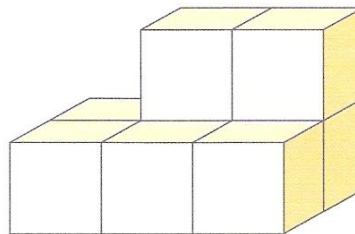
Orden 2

Orden 3

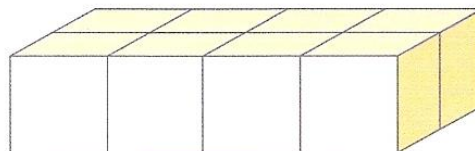


a) ¿Sabrías decir cuántos policubos de orden 4 hay? Dibuja todos los policubos de orden 4.

b) Dibuja dos descomposiciones distintas de los policubos de orden cuatro que necesitas para construir la siguiente figura.



c) Utilizando policubos de orden cuatro, sin repetir ninguno, ¿se pueden recubrir todas las caras de la siguiente figura? Razona la respuesta.





4. LOS TRES SOBRES

En una mesa hay tres sobres marcados con las letras **A**, **B** y **C**. Los tres contienen una cantidad (entera) diferente de euros y no hay ninguno vacío, con la peculiaridad de que C es el que más euros tiene y A el que menos. **Ana**, **Beatriz** y **Carlos** son tres hermanos “excelentes lógicos” que examinan cada uno el sobre marcado con su inicial. Considera los siguientes casos:

- a) Si el total de dinero en los tres sobres es **10 euros**
Ana coge el sobre A, lo mira y dice: "Ya sé cuánto hay en cada sobre".
¿Podrías deducirlo tú también?
- b) Si el total de dinero en los tres sobres es **11 euros**
Carlos mira el sobre C y dice: "Ya sé cuánto hay en cada sobre". A continuación Ana mira el sobre A y dice: "Ya sé cuánto hay en cada sobre", entonces Beatriz, sin mirar, asegura saber cuánto hay en su sobre.
¿Podrías decir tú cuánto hay en cada sobre?
- c) Si el total de dinero en los tres sobres es **13 euros**
Ana, después de mirar el contenido de su sobre, declara que no puede deducir el contenido de los otros sobres. Mira entonces Carlos el suyo y dice que él tampoco puede saberlo. Entonces, Beatriz examina el suyo y declara que tampoco ella puede deducirlo.
¿Cuánto dinero hay en el sobre B?
- d) Si el total de dinero en los tres sobres es **32 euros**
- 1) ¿De cuántas maneras distintas se pueden distribuir los 32 euros en los tres sobres de forma tal que en C haya más que en B y en B más que en A?
 - 2) Si Ana mira su sobre en primer lugar, ¿puede averiguar el contenido de los otros dos sobres? Razona la respuesta.



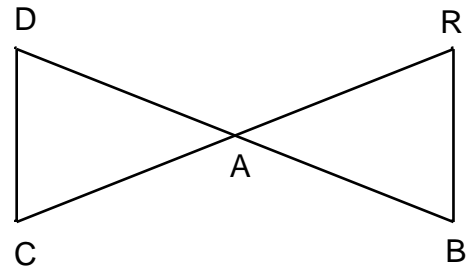
5. PALABRAS MÁGICAS

Un ilusionista está buscando palabras mágicas para utilizarlas en sus trucos de magia.

Decide construir esas palabras mágicas partiendo de este diagrama de la siguiente manera.

Recorre un camino de este diagrama y anota las letras que encuentra.

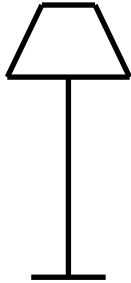
Cada palabra mágica empieza y termina por A y dos letras consecutivas no pueden ser idénticas. Por ejemplo una palabra mágica sería ABRACADABRA.



- a) Es muy fácil encontrar todas las palabras mágicas que tienen 3 letras, escríbelas todas.
- b) Escribe todas las palabras mágicas formadas por 4 letras.
- c) A partir de las palabras mágicas obtenidas anteriormente se pueden escribir todas las palabras mágicas de 5 letras. Sin necesidad de escribirlas todas, ¿cuántas hay?
- d) ¿Cuántas palabras mágicas de 11 letras podemos formar?



6. LÍO DE LÁMPARAS EN UNA HABITACIÓN



En una habitación cuadrada se pueden poner lámparas de pie como la que ves en el dibujo. Te dicen que las coloques junto a la pared, con la condición de que haya el mismo número de lámparas en cada una de las cuatro paredes de la habitación. Para ello te permiten poner, como máximo, una lámpara en cada uno de los cuatro rincones de la habitación y, en ese caso, la lámpara se cuenta como perteneciente a las dos paredes que forman ese rincón (no siempre es necesario poner lámparas en un rincón).

- a) Tienes **12** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.
- b) Ahora tienes **10** lámparas. ¿Cómo puedes colocarlas? Haz un dibujo que nos diga, de un vistazo, la solución.
- c) Resuelve el mismo problema para **11** y para **13** lámparas.
- d) Prueba con otros cuatro números consecutivos, por ejemplo, 20, 21, 22 y 23 lámparas y comprueba que también es posible. Haz un dibujo explicativo en cada caso.
- e) Para un número cualquiera de lámparas, ¿podrías hacer unos dibujos que representen las diferentes soluciones del problema según sea el número de lámparas? ¿Cómo puedes hacerlo? ¿Cuántas habrá en cada pared?